Programme de colle n°3

semaine du 28 septembre au 3 octobre 2026

Chapitre 2 : suites de nombres réels

- **Généralités sur les suites**
  Définition d'une suite (explicitement/par une relation de récurrence)
  - Suite croissante/décroissante/monotone
  - Suite majorée/minorée/bornée
- **Suites arithmétiques**
  - Définition
  - Expression du terme général
  - Somme de termes consécutifs
- **Suites géométriques**
  - Définition
  - Expression du terme général
  - Somme de termes consécutifs
- **Autres sommes à connaître**
  - Somme des k
  - Somme des k^2
- **Limites**
  - Suite convergente/divergente
  - Limite de q^n
  - Opérations sur les limites : somme, produit, inverse, quotient
  - Théorèmes de comparaison
  - Théorèmes de conservation de l'ordre par passage à la limite
  - Théorème de la limite monotone
- **Suites adjacentes**
  - Définition
  - Théorème
- **Suites équivalentes**
  - Définition

Chapitre 3 : Etudes de fonctions

- **Généralités sur les fonctions**
  - Définition : image, antécédent.
  - Composition de deux fonctions
- **Parité**
- **Monotonie**
- **Majorant, minorant,maximum,minimum**
  - Condition nécessaire d'extremum
- Fonctions injectives, surjectives, bijectives.
  - Caractérisation des bijections et fonctions réciproques.
  - Théorème de la bijection
  - Théorème des valeurs intermédiaires.

Exercices à savoir refaire :

E1 - On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par :

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$$

et la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1. Dresser le tableau de variation de f.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est bien défini et est supérieur ou égal à 0 .
3. Étudier la monotonie de la suite (u_n).
4. Montrer que (u_n) converge et déterminer sa limite.

E2 - Exercice 6 TD3
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^k}{k}$$

1. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.
La suite (u_n) est-elle monotone?
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on définit :

$$v_n = u_{2n} \text{ et } w_n = u_{2n-1}$$

Démontrer que (v_n) et (w_n) sont adjacentes.
3. En déduire que la suite (u_n) converge.

E3 - Exercice 5 TD 3 : On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 - x\ln(x) - 1$.

1. Donner le domaine de définition et celui de continuité de f.
2. Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}^{+*}$ dans un ensemble que l'on précisera.

E4 - Exercice 6 TD 3 On considère la fonction $f : x \mapsto \left(1 - \frac{1}{x}\right)(1 + \ln(x))$.

1. Donner le domaine de définition et celui de continuité de f. On admet que f est dérivable sur son domaine de définition.
2. Montrer que la dérivée f' de f ne s'annule qu'en une seule valeur notée α.
3. Prouver que $5/10 < \alpha < 6/10$.
4. Dresser le tableau de signe de f' puis le tableau de variations de f.