

Programme de colle n°1

semaine du 15 septembre au 20 septembre 2025

Chapitre 1 (partie 1) : Fonctions de référence

- **Connaissances essentielles en trigonométrie**
 - ▶ des valeurs remarquables des fonctions cosinus, sinus et même tangente !
 - ▶ des formules trigonométriques (addition, duplication, « Pythagore »)
- **Connaissances essentielles en analyse**
 - Fonctions puissances, exposant entier
 - Fonction racine carrée
 - Fonction valeur absolue
 - Fonctions logarithme et exponentielle
 - Fonctions puissances, exposant réel
 - Fonctions trigonométriques

Chapitre 1 (partie 2) Limites et continuité

- **Limites**
 - Asymptotes parallèles aux axes
 - Opérations algébriques sur les limites et composition
 - Croissances comparées
 - Limite en l'infini de fonctions polynômes et fonctions rationnelles
 - Théorème de comparaison et de conservation de l'ordre par passage à la limite
- **Continuité**
 - Continuités en un point et sur un intervalle
 - Opérations algébriques sur les fonctions continues
 - Composition de fonctions continues

Chapitre 1 (Partie 3) : Dérivées, primitives et intégrales

- **Dérivées**
 - Fonction dérivable en un point
 - Tangente en un point où la fonction est dérivable
 - Continuité et dérivabilité
 - Fonction dérivable sur un intervalle
 - Fonction de classe $\mathcal{C}^1$

- Opérations algébriques sur les fonctions dérivables
- Composition de fonctions dérivables
- Dérivée des fonctions de référence
- Dérivée de composées usuelles
- **Primitives**
 - Définition
 - Deux primitives diffèrent d'une constante
 - Existence de primitives pour une fonction continue sur un intervalle
 - Primitives usuelles et de composées usuelles
 - **Intégration sur un segment**
 - Définition, interprétation (aire *algébrique* sous la courbe)
 - Propriétés : échange des bornes, intégrale d'une fonction constante, relation de Chasles, linéarité
 - Propriétés utilisant l'ordre : positivité, croissance
 - Théorème d'intégration par parties
 - Théorème de changement de variable (strictement monotone)
 - Théorème (intégrale fonction de sa borne supérieure) : Si f est une fonction continue sur I et soit $a \in I$, alors l'application F définie sur I par $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ est dérivable sur I de dérivée $F' = f$.

Chapitre 2 : suites de nombres réels

- **Généralités sur les suites**

Définition d'une suite (explicitement/par une relation de récurrence)

 - Suite croissante/décroissante/monotone
 - Suite majorée/minorée/bornée
- **Suites arithmétiques**
 - Définition
 - Expression du terme général
 - Somme de termes consécutifs
- **Suites géométriques**
 - Définition
 - Expression du terme général
 - Somme de termes consécutifs
- **Autres sommes à connaître**
 - Somme des k
 - Somme des k^2
- **Limites**
 - Suite convergente/divergente

- Limite de q^n
- Opérations sur les limites : somme, produit, inverse, quotient
- Théorèmes de comparaison
- Théorèmes de conservation de l'ordre par passage à la limite
- Théorème de la limite monotone
- **Suites adjacentes**
 - Définition
 - Théorème
- **Suites équivalentes**
 - Définition

Questions de cours

Q1 - Des questions de trigonométrie

Q2 - Des questions sur les fonctions de référence.

Q3 - Des questions sur des dérivées et des primitives.

Exercices à savoir refaire :

E1 - On note f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - x \ln(x) - 1 & \text{si } x > 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

Étudier la continuité de f en 0.

E2 - On note g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$\begin{cases} g(x) = x^x & \text{si } x > 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

Étudier la continuité de g en 0.

E3 - À l'aide d'une intégration par parties, calculer $A = \int_0^1 t e^{-2t} dt$

E4 - À l'aide du changement de variable indiqué, calculer : $C = \int_0^1 \frac{1 - e^t}{e^{2t}} dt$ en posant $x = e^t$

E5 - On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par :

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$$

et la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1. Dresser le tableau de variation de f .
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est bien défini et est supérieur ou égal à 0.
3. Étudier la monotonie de la suite (u_n) .
4. Montrer que (u_n) converge et déterminer sa limite.