

Programme de colle n°2

semaine du 22 septembre au 26 septembre 2025

Reprise de tout le programme de colle 1

I Chapitre 1 : Fonctions de référence

- **Connaissances essentielles en trigonométrie**

- ▶ des valeurs remarquables des fonctions cosinus, sinus et même tangente !
- ▶ des formules trigonométriques (addition, duplication, « Pythagore »)

- **Connaissances essentielles en analyse**

- Fonctions puissances, exposant entier
- Fonction racine carrée
- Fonction valeur absolue
- Fonctions logarithme et exponentielle
- Fonctions puissances, exposant réel
- Fonctions trigonométriques

II Chapitre 1 partie Limites et continuité

- **Limites**

- Asymptotes parallèles aux axes
- Opérations algébriques sur les limites et composition
- Croissances comparées
- Limite en l'infini de fonctions polynômes et fonctions rationnelles
- Théorème de comparaison et de conservation de l'ordre par passage à la limite

- **Continuité**

- Continuités en un point et sur un intervalle
- Opérations algébriques sur les fonctions continues
- Composition de fonctions continues

Chapitre 1 Partie 3 : Dérivées, primitives et intégrales

- **Dérivées**

- Fonction dérivable en un point
- Tangente en un point où la fonction est dérivable
- Continuité et dérivabilité
- Fonction dérivable sur un intervalle
- Fonction de classe $\mathcal{C}^1$
- Opérations algébriques sur les fonctions dérivables
- Composition de fonctions dérivables
- Dérivée des fonctions de référence
- Dérivée de composées usuelles

- **Primitives**

- Définition
- Deux primitives diffèrent d'une constante
- Existence de primitives pour une fonction continue sur un intervalle
- Primitives usuelles et de composées usuelles

Chapitre 2 : suites de nombres réels

- **Généralités sur les suites**

Définition d'une suite (explicitement/par une relation de récurrence)

- Suite croissante/décroissante/monotone
- Suite majorée/minorée/bornée
- **Suites arithmétiques**
 - Définition
 - Expression du terme général
 - Somme de termes consécutifs
- **Suites géométriques**
 - Définition
 - Expression du terme général
 - Somme de termes consécutifs
- **Autres sommes à connaître**
 - Somme des k
 - Somme des k^2
- **Limites**
 - Suite convergente/divergente
 - Limite de q^n
 - Opérations sur les limites : somme, produit, inverse, quotient
 - Théorèmes de comparaison
 - Théorèmes de conservation de l'ordre par passage à la limite
 - Théorème de la limite monotone
- **Suites adjacentes**
 - Définition
 - Théorème
- **Suites équivalentes**
 - Définition

Questions de cours

Q1 - Des questions de trigonométrie

Q2 - Des questions sur les fonctions de référence.

Q3 - Des questions sur des dérivées et des primitives.

Exercices à savoir refaire :

E1 - On note g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$\begin{cases} g(x) = x^x & \text{si } x > 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

Étudier la continuité de g en 0.

E2 - À l'aide d'une intégration par parties, calculer $A = \int_0^1 t e^{-2t} dt$

E3 - À l'aide du changement de variable indiqué, calculer :

$$C = \int_0^1 \frac{1 - e^t}{e^{2t}} dt \text{ en posant } x = e^t$$

E4 - On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par :

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$$

et la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1. Dresser le tableau de variation de f .
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est bien défini et est supérieur ou égal à 0.
3. Étudier la monotonie de la suite (u_n) .
4. Montrer que (u_n) converge et déterminer sa limite.